

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

選擇（填）題計分方式：

第壹部分、選擇（填）題（占72分）

一、單選題（占30分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題 5 分。

1. 試選出 $1.\bar{5} \times 5$ 的值。

- (1) $7.\bar{5}$
- (2) $7.\bar{6}$
- (3) $7.\bar{7}$
- (4) $7.\bar{8}$
- (5) $7.\bar{9}$

2. 坐標平面上，試問下列哪一個方程式的圖形是通過點(1,1)的圓？

- (1) $(x-1)^2 + y^2 = 1$
- (2) $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$
- (3) $3(x-1)^2 + y^2 = 1$
- (4) $x^2 + y^2 = 1$
- (5) $x^2 + 3y = 4$

3. 已知有兩個公正的六面骰子 A、B：

A 上的點數分別為 1、2、5、6、7、9，

B 上的點數分別為 1、3、4、5、6、9，

記錄 A、B 點數大小關係如下表所示。例如：A 與 B 的點數分別為 5 與 3，記錄為「A 大」；A 與 B 點數均為 5，記錄為「和局」。

		A						
		點數	1	2	5	6	7	9
B	1	和局	A 大	A 大	A 大	A 大	A 大	A 大
	3	B 大	B 大	A 大	A 大	A 大	A 大	A 大
	4	B 大	B 大	A 大	A 大	A 大	A 大	A 大
	5	B 大	B 大	和局	A 大	A 大	A 大	A 大
	6	B 大	B 大	B 大	和局	A 大	A 大	A 大
	9	B 大	B 大	B 大	B 大	B 大	B 大	和局

今某人同時擲 A、B 兩骰子，則在 A 點數大於 B 點數的條件下，B 點數是 6 的機率為何？

- (1) $\frac{1}{6}$
- (2) $\frac{1}{9}$
- (3) $\frac{1}{16}$
- (4) $\frac{1}{18}$
- (5) $\frac{1}{32}$

4. 空間中有一個邊長為 1 的正立方體。點 O 為其中一個頂點，其餘 7 個頂點為 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 、 G 。已知 $\overline{OA}=\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DE}=\overline{EF}=\overline{FG}=1$ 且 $\overline{OG}>1$ ，試選出距離點 O 最遠的頂點。

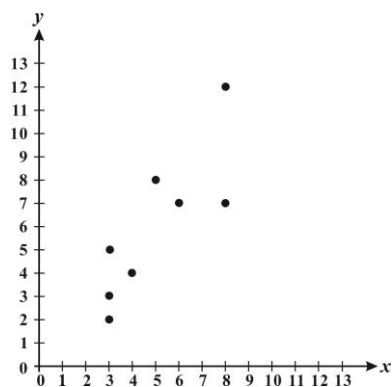
- (1) C
- (2) D
- (3) E
- (4) F
- (5) G

5. 某公司統計上週 8 家分店的來店人數 x (單位：百人) 及營業額 y (單位：萬元)，得到 8 筆數據 (x,y) ，記錄如下：

$(3,3)$ 、 $(3,5)$ 、 $(3,2)$ 、 $(4,4)$ 、 $(5,8)$ 、 $(6,7)$ 、 $(8,12)$ 、 $(8,7)$ 。

在坐標平面上標出這 8 個點 (如圖所示)，推得這 8 筆數據 y 對 x 的最適直線 (迴歸直線)

方程式為 $y=\frac{5}{4}x-\frac{1}{4}$ 。



公司想從另一個角度分析，將這 8 筆數據的來店人數、營業額各自從小到大排序，得到新的 8 筆數據 (x,y) 如下：

$(3,2)$ 、 $(3,3)$ 、 $(3,4)$ 、 $(4,5)$ 、 $(5,7)$ 、 $(6,7)$ 、 $(8,8)$ 、 $(8,12)$ 。

設新的 8 筆數據 y 對 x 的最適直線 (迴歸直線) 方程式為 $y=mx+b$ ，其中 m 、 b 為實數。根據上述，試選出正確的選項。

- (1) $m=\frac{5}{4}$ 且 $b=-\frac{1}{4}$
- (2) $m>\frac{5}{4}$ 且 $b>-\frac{1}{4}$
- (3) $m>\frac{5}{4}$ 且 $b<-\frac{1}{4}$
- (4) $m<\frac{5}{4}$ 且 $b>-\frac{1}{4}$
- (5) $m<\frac{5}{4}$ 且 $b<-\frac{1}{4}$

6. 試選出 $\sum_{k=1}^5 \log_7 \left(\frac{2k-1}{2k+1} \right)$ 的值。

- (1) $-\log 11$ (2) $\log 11$ (3) $\log \frac{11}{7}$ (4) $-\frac{\log 11}{\log 7}$ (5) $\frac{\log 11}{\log 7}$

二、多選題（占24分）

說明：第 7 題至第 9 題，每題 8 分。

7. 設二階方陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。試選出正確的選項。

- (1) $A^2 = A$
(2) $A + B = B + A$
(3) $AB = BA$
(4) $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$
(5) $(A + B)^2 = 2(A + B)$

8. 平面上有一個三角形 ABC ，其中 $\angle A = 91^\circ$ 、 $\angle C = 29^\circ$ 。令 $\overline{BC} = a$ 、 $\overline{CA} = b$ 、 $\overline{AB} = c$ 。試選出正確的選項。

- (1) $a^2 > b^2 + c^2$
(2) $\frac{c}{a} > \sin 29^\circ$
(3) $\frac{b}{a} > \cos 29^\circ$
(4) $\frac{a^2 + b^2 - c^2}{ab} < \sqrt{3}$
(5) 三角形 ABC 的外接圓半徑小於 c

9. 有一個抽牌拿獎金活動，規則如下：

在一個不透明箱子中有 2 張標示金額「1000 元」的牌及 3 張標示金額「0 元」的牌。參加者從箱中隨機抽出一張牌，在不知道抽出牌標示的金額情況下，主持人再將一張標示金額「500 元」的牌放入箱中。此時參加者有以下兩種選擇：

(一) 保留原先抽出的牌，該牌標示的金額即為獲得的獎金。

(二) 放棄原先抽出的牌且不放回，再從箱中隨機抽出一張牌，該牌標示的金額即為獲得的獎金。

今某甲參加此活動，假設每張牌被抽中的機會均相等，試選出正確的選項。

(1) 若某甲選擇 (一)，則獲得獎金 0 元的機率為 $\frac{3}{5}$

(2) 若某甲選擇 (一)，則獲得獎金的期望值為 500 元

(3) 若某甲選擇 (二)，則獲得獎金 1000 元的機率為 $\frac{2}{5}$

(4) 若某甲選擇 (二)，則獲得獎金 0 元的機率為 $\frac{12}{25}$

(5) 若某甲選擇 (二)，則獲得獎金的期望值為 420 元

三、選填題（占18分）

說明：第 10 題至第 12 題，每題 6 分。

10. 設 $i = \sqrt{-1}$ 。已知複數 $\frac{1-7i}{-1+i} = a+bi$ ，其中 a 、 b 為實數。

則 $a = \underline{\textcircled{10-1} \textcircled{10-2}}$ ， $b = \underline{\textcircled{10-3}}$ 。

11. 某洗衣機的行程必須從一、二、三、四、五共 5 種不同衣料擇一，搭配甲、乙、丙、丁共 4 種不同模式擇一，另有 A、B、C 共 3 種附加功能，每種附加功能可以自由選擇是否開啟，但是「第一種衣料」不可以與附加功能「A」同時使用。例如「第二種衣料」搭配「甲模式」，且同時開啟「A」、「B」兩種附加功能為一個可以的行程；但「第一種衣料」搭配「甲模式」，且同時開啟「A」、「B」兩種附加功能為一個不可以的行程。根據上述，此洗衣機共有 $\frac{\textcircled{11-1} \textcircled{11-2} \textcircled{11-3}}{\quad}$ 個可以的行程。

12. 平面上有不共線的三點 A 、 B 、 C ，已知向量 \overrightarrow{AB} 與 \overrightarrow{AC} 的內積為 16，

\overrightarrow{CB} 與 \overrightarrow{AC} 的內積為 3，則 $\overline{AC} = \sqrt{\textcircled{12-1} \textcircled{12-2}}$ 。(化為最簡根式)

第貳部分、混合題或非選擇題（占28分）

說明：本部分共有 2 題組，每一子題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。
選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

13-15 題為題組

設 $f(x)$ 為實係數三次多項式。已知函數 $y=f(x)$ 在 $x=-3$ 處有極小值；在 $x=1$ 處有極大值。根據上述，試回答下列問題。

13. 下列關於 $f''(-3)$ 和 $f''(1)$ 的敘述，試選出正確的選項。(單選題，3 分)

- (1) $f''(-3)=f''(1)=0$
- (2) $f''(-3)>0$ 且 $f''(1)>0$
- (3) $f''(-3)>0$ 且 $f''(1)<0$
- (4) $f''(-3)<0$ 且 $f''(1)>0$
- (5) $f''(-3)<0$ 且 $f''(1)<0$

14. 已知通過 $y=f(x)$ 圖形反曲點的切線斜率為 4，試求 $f'(x)$ 。(非選擇題，6 分)

15. 承 14 題，試求 $\int_{-3}^1 f'(x)dx$ 的值。(非選擇題，4 分)

16-18 題為題組

某人想在農地種植甲、乙兩種水果，並設定甲水果的種植面積（甲面積）、乙水果的種植面積（乙面積）符合以下三個條件：

- (一) 甲面積不超過 15 公畝。
- (二) 甲面積與乙面積的和不超過 24 公畝。
- (三) 甲面積不超過乙面積的 3 倍，且乙面積不超過甲面積的 2 倍。

設甲面積為 x 公畝、乙面積為 y 公畝。根據上述，試回答下列問題。

16. 試問下列哪一個選項的數對 (x,y) 會滿足上述的三個條件？(單選題，3 分)

- (1) (7,15) (2) (12,13) (3) (14,10) (4) (15,4) (5) (16,8)

17. 試將某人對甲面積、乙面積所設定的三個條件，以 x 、 y 的二元一次聯立不等式表示。(非選擇題，4 分)

18. 已知某人的農地收成時，甲水果每公畝可獲利 6 萬元、乙水果每公畝可獲利 7 萬元。試求某人種植甲、乙兩種水果的最大獲利為多少萬元？在答題卷求解區寫出計算過程，並在答題卷作圖區畫出可行解區域及標出其所有頂點坐標，且以斜線標示該區域。(非選擇題，8 分)

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$
首項為 a ，公比為 $r (r \neq 1)$ 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$
2. 級數和： $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ； $\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$
3. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ （ R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑）
 $\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$
4. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，
算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ；標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\mu_X^2)}$
5. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，
相關係數 $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$
最適直線（迴歸直線）方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$
6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{5} \approx 2.236$, $\sqrt{6} \approx 2.449$, $\pi \approx 3.142$
7. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$, $\log 3 \approx 0.4771$, $\log 5 \approx 0.6990$, $\log 7 \approx 0.8451$
8. 若 $X \sim B(n, p)$ 為二項分布，則期望值 $E(X) = np$ ，變異數 $Var(X) = np(1-p)$