

# 財團法人大學入學考試中心基金會

## 115學年度學科能力測驗試題

### 數學B考科

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

#### —作答注意事項—

考試時間：100分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正帶（液）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若答案格式是  $\frac{18-1}{18-2}$ ，而依題意計算出來的答案是  $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答題卷上

的第 18-1 列的  $\frac{3}{8}$  與第 18-2 列的  $\frac{8}{8}$  劃記，如：

18-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
18-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

例：若答案格式是  $\frac{19-1}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在答題卷的第 19-1 列

的  $\frac{7}{50}$  與第 19-2 列的  $\frac{7}{50}$  劃記，如：

19-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
19-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有  $n$  個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有  $n$  個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯  $k$  個選項者，得該題  $\frac{n-2k}{n}$  的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有  $n$  個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

第壹部分、選擇（填）題（占85分）

一、單選題（占 35 分）

說明：第 1 題至第 7 題，每題 5 分。

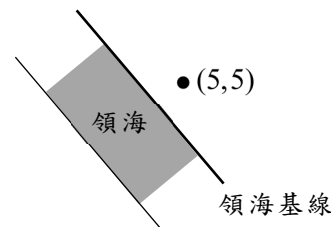
1. 當標準值為 95，試選出有幾個整數  $N$  與標準值的誤差百分比  $\frac{|N-95|}{95} \times 100\%$  小於 5%。
- (1) 4 個                      (2) 5 個                      (3) 8 個                      (4) 9 個                      (5) 10 個
2. 以計算機的自然對數按鍵  $\ln$  (即  $\ln x = \log_e x$ ) 估算連續複利本利和  $100e^{\frac{3n}{100}} = 135$  所需期數  $n$ ，試選出等於  $n$  的選項。
- (1)  $\frac{3}{100} \ln(135-100)$                       (2)  $\frac{100}{3} \ln(135-100)$                       (3)  $\frac{135}{100} \ln\left(\frac{3}{100}\right)$
- (4)  $\frac{3}{100} \ln\left(\frac{135}{100}\right)$                       (5)  $\frac{100}{3} \ln\left(\frac{135}{100}\right)$
3. 已知實數二階方陣  $A$  滿足  $A \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  以及  $A \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ 。試選出  $A$  的反方陣。
- (1)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$                       (2)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$                       (3)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$                       (4)  $\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$                       (5)  $\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$
4. 電腦程式模擬在太平洋等速航行的甲、乙兩艘船。甲船沿著北緯 60 度向西航行，乙船沿著赤道向東航行。在某一時間點甲船在西經 169 度、乙船在東經 140 度，試選出當甲船到達東經 171 度時，乙船在東經幾度。
- (1) 120 度                      (2) 130 度                      (3) 150 度                      (4) 160 度                      (5) 180 度

5. 某人購買公益彩券，第一次以  $N$  元為投注金額。之後每次要投注時，先將前次投注金額增加一半設為預定金額。如果預定金額大於  $2N$  元，則將預定金額減少一半投注；否則就以預定金額投注。前四次投注紀錄如下表：

	第一次	第二次	第三次	第四次
預定金額(元)	$\frac{3}{2}N$	$\frac{9}{4}N$	$\frac{27}{8}N$	$\frac{27}{16}N$
投注金額(元)	$N$	$\frac{3}{2}N$	$\frac{9}{8}N$	$\frac{27}{16}N$

試選出此人第七次的投注金額為多少元。

- (1)  $\frac{3^6}{2^6}N$       (2)  $\frac{3^6}{2^8}N$       (3)  $\frac{3^6}{2^9}N$       (4)  $\frac{3^7}{2^7}N$       (5)  $\frac{3^7}{2^{10}}N$
6. 各國沿岸的「領海基線」其外側距離基線十二浬間之海域，為該國之「領海」。在以浬為單位的坐標平面上，某國有一部分的領海基線為直線  $L: 4x + 3y - 12 = 0$  上的某一線段，且  $(5, 5)$  位於該領海基線的內側，如圖所示。試選出該段領海在  $L$  與下列哪一條直線之間。
- (1)  $4x + 3y + 48 = 0$       (2)  $4x + 3y + 18 = 0$       (3)  $4x + 3y = 0$   
(4)  $4x + 3y - 24 = 0$       (5)  $4x + 3y - 72 = 0$



7. 有 A、B、C 三種福袋各一個，其中 A、B、C 中獎的機率分別為  $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{1}{2}$ ，且不同福袋中獎與否互不影響。設在福袋 A 中獎的條件下，至少有兩個福袋中獎的機率為  $p$ ，且設在至少有兩個福袋中獎的條件下，福袋 A 中獎的機率為  $q$ 。試選出  $\frac{p}{q}$  之值。
- (1)  $\frac{11}{18}$       (2)  $\frac{17}{18}$       (3) 1      (4)  $\frac{18}{17}$       (5)  $\frac{18}{11}$

## 二、多選題（占 25 分）

說明：第 8 題至第 12 題，每題 5 分。

8. 試選出與函數  $y = 3\sin\left(\frac{\pi}{5}x + \pi\right) + 3$  在每個實數  $x$  所得函數值皆相同的函數。

(1)  $y = 6\sin\left(\frac{\pi}{5}x\right) + 3$

(2)  $y = 3\sin\left(\left(\frac{\pi}{5} + 2\pi\right)x + \pi\right) + 3$

(3)  $y = 3\sin\left(\frac{\pi}{5}x - \pi\right) + 3$

(4)  $y = -3\sin\left(\frac{\pi}{5}x\right) - 3$

(5)  $y = -3\sin\left(\frac{\pi}{5}x\right) + 3$

9. 設  $f(x) = (1-x)(2-x)^2(4+x)$ 。試選出正確的選項。

(1)  $f(x)$  除以  $(1-x)(2-x)(4+x)$  的餘式為  $-x+2$

(2) 若將  $f(x)$  表為  $a(x-2)^4 + b(x-2)^3 + c(x-2)^2$ ，則  $c = -6$

(3)  $f(x) > 0$  的解區間為  $(-4, 2)$

(4)  $\frac{f(2026)}{f(-2022)} > 1$

(5)  $f(2026) > f(-2022)$

10. 某研究探討昆蟲的身長與其體內兩種養分 A、B 濃度的關係。研究中蒐集某種昆蟲，測得牠們身長與體內 A 濃度的數據如下表。

	平均數	變異數	相關係數
身長	65 單位	100 平方單位	0.75
A 濃度	50 單位	225 平方單位	

已知每隻昆蟲體內的 B 濃度均為 A 濃度的 0.5 倍。試選出正確的選項。

(1) B 濃度的標準差為  $\frac{15}{2}$  單位

(2) 若身長的中位數為 65 單位，則 B 濃度的中位數為 25 單位

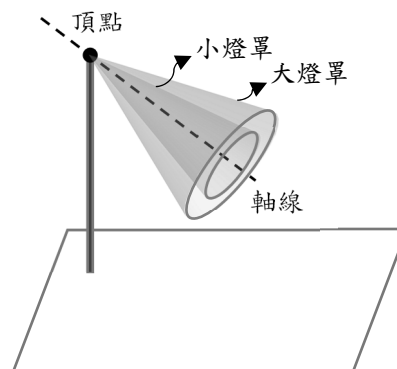
(3) B 濃度與 A 濃度的相關係數為 0.5

(4) 若找到一身長為 65 單位的昆蟲，利用 A 濃度對身長的迴歸直線（最適直線）預測，其體內 A 濃度為 50 單位

(5) B 濃度(Y)對身長(X)的迴歸直線斜率為  $\frac{1}{2}$

11. 有一立燈為了採光，採用兩個可以替換的大、小燈罩。兩燈罩皆為直圓錐面的一部分，裝在燈上其軸線位置相同、燈源皆在頂點，且大燈罩照射在地面上的光線範圍大於小燈罩的光線範圍，如圖所示。令大、小燈罩在地面上所成的光線邊緣分別為圓錐曲線  $\Gamma$ 、 $\gamma$  的一部分。試選出正確的選項。

- (1) 如果  $\Gamma$  是橢圓，則  $\gamma$  是拋物線
- (2) 如果  $\Gamma$  是拋物線，則  $\gamma$  是橢圓
- (3) 如果  $\Gamma$  是雙曲線，則  $\gamma$  是拋物線
- (4) 如果  $\gamma$  是拋物線，則  $\Gamma$  是拋物線
- (5) 如果  $\gamma$  是雙曲線，則  $\Gamma$  是雙曲線



12. 有兩容器，A 瓶內有含糖 100 公克的紅茶 1000 毫升，B 瓶內有不含糖的紅茶 500 毫升。用以下方式稀釋 A 瓶的甜度：將 A 瓶混合均勻後，倒出 500 毫升至 B 瓶，再將 B 瓶混合均勻後，倒 500 毫升回 A 瓶，稱此為一次稀釋。重複此稀釋動作，令第  $n$  次稀釋完，A 瓶的含糖量為  $a_n$  公克。試選出正確的選項。

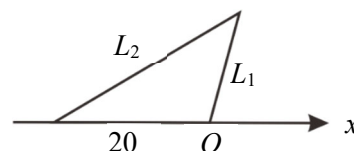
- (1)  $a_1 = 75$
- (2) 第  $n$  次稀釋完，B 瓶的含糖量為  $50 - \frac{1}{2}a_n$  公克
- (3)  $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + \frac{1}{2}\left(100 - \frac{1}{2}a_n\right)$
- (4) 可找到實數  $c$  滿足數列  $\langle a_n - c \rangle$  為公比是  $\frac{1}{4}$  的等比數列
- (5) 第 100 次稀釋完，A 瓶的含糖量小於 60 公克

### 三、選填題（占 25 分）

說明：第 13 題至第 17 題，每題 5 分。

13. 坐標平面上， $L_1$  為通過原點  $O$  且斜角為  $75^\circ$  的直線； $L_2$  為通過點  $(-20, 0)$  且斜角為  $30^\circ$  的直線，

如圖所示。則  $L_1$ 、 $L_2$  的交點到原點的距離為 13-1 13-2。（四捨五入至整數）



14. 將 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 七個數字排成一個七位數。若要求排出的數字 3, 4 相鄰、5, 6 相鄰

以及 6, 7 相鄰，則共可排出  $\frac{\textcircled{14-1} \textcircled{14-2}}{\quad}$  個七位數。

15. 某校健康檢查：全體學生中有近視的占  $\frac{1}{2}$ 、有蛀牙的占  $\frac{1}{3}$ 。設  $p$  為全體學生中無近視且無蛀牙的學生所占比例。將部分資料依所占比例以列聯表呈現如下：

	有近視	無近視	總和
有蛀牙			$\frac{1}{3}$
無蛀牙		$p$	$\frac{2}{3}$
總和	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1

已知有近視的學生中，有蛀牙的占少數；有蛀牙的學生中，有近視的占多數。則  $p$  的

範圍為  $\frac{\textcircled{15-1}}{\textcircled{15-2}} < p < \frac{\textcircled{15-3}}{\textcircled{15-4} \textcircled{15-5}}$ 。（化為最簡分數）

16. 坐標平面上， $L$  為一次函數  $y = f(x)$  的圖形， $\Gamma$  為二次函數  $y = g(x)$  的圖形。已知  $L$  與  $\Gamma$  交於

$(1,0)$ 、 $(5,4)$  兩點，且點  $(2,2)$  在  $\Gamma$  上。則  $g(x) - f(x)$  的最大值為  $\frac{\textcircled{16-1}}{\textcircled{16-2}}$ 。（化為最簡分數）



### 參考公式及可能用到的數值

1. 首項為  $a$ ，公差為  $d$  的等差數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為  $a$ ，公比為  $r (r \neq 1)$  的等比數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2.  $\triangle ABC$  的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ （ $R$  為  $\triangle ABC$  外接圓半徑）

$\triangle ABC$  的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

3. 一維數據  $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，

算術平均數  $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$

標準差  $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_X)^2 + (x_2 - \mu_X)^2 + \dots + (x_n - \mu_X)^2]} = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - n\mu_X^2]}$

4. 二維數據  $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，

相關係數  $r_{X,Y} = \frac{(x_1 - \mu_X)(y_1 - \mu_Y) + (x_2 - \mu_X)(y_2 - \mu_Y) + \dots + (x_n - \mu_X)(y_n - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

迴歸直線（最適合直線）方程式  $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

5. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{5} \approx 2.236, \sqrt{6} \approx 2.449, \pi \approx 3.142$

6. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010, \log 3 \approx 0.4771, \log 5 \approx 0.6990, \log 7 \approx 0.8451$